**6.** На порожньому аркуші Excel у клітинку А1 вводять число 1, а в клітинки А2 і А3 - деякі формули, у яких можна використовувати лише знаки арифметичних операцій та адреси інших клітинок. Яке найбільше число можна отримати в клітинці А3, якщо загалом у двох формулах може бути не більше 4 арифметичних операцій?

Відповідь: 19683.

Розв’язання:



**9.** Запишіть найменше 16-кове число, що складається більш ніж з однієї цифри, і має таку властивість: якщо цифри цього числа записати у зворотному порядку, вийде десятковий запис цього ж числа.

Відповідь: 3516=5310.

**10.** У мові Бумба-Румба є 5 літер. АБАБАГАЛАМАГА - типове слово цієї мови, частоти літер у якому дорівнюють частотам літер у мові загалом. Вкажіть найбільш економне двійкове кодування літер мови Бумба-Румба, яке дає змогу однозначно декодувати тексти. Порядок двійкових чисел кодів має відповідати порядку літер в українському алфавіті.



Відповідь:

А – 0, Б – 100, Г – 101, Л – 110, М – 111.

Розв’язання.

Усього в слові АБАБАГАЛАМАГА 13 літер. Частоти літер є такими: А – 7/13, Б – 2/13, Г – 2/13, Л – 1/13, М – 1/13. Економне кодування – це таке, у якому середня довжина коду 1 літери (з урахуванням їхніх частот) буде найменшою. Зауважимо, що:

1. Код «1» ми не можемо використовувати, оскільки тоді всі інші коди, що починаються з «1» не будуть однозначно декодовними (їхній перший біт інтерпретуватиметься як окремий код «1»), а кодів, що починаються з «0», у запропонованому наборі лише 2 і цього не вистачить для кодування 5 літер алфавіту.
2. Припустимо, найчастішій літері «А» ми присвоїли код «0». Тоді код «01» не буде однозначно декодовним і «відпадає». Припустимо, якійсь іншій літері (наприклад, «Б») ми присвоїли код «10» – тоді «відпадають» коди «100» і «101» і для кодування трьох літер, що залишилися (наприклад, Г,Л,М) залишаються коди «11», «110», «111». Однак такий набір кодів теж не є однозначно декодовним, оскільки незрозуміло, як інтерпретувати послідовність бітів «11»: як окремий код чи як початок трибітного коду.
3. З аналогічних міркувань відпадає і варіант, якщо літері «А» надати код «0», а якійсь іншій літері – «11».

Таким чином, залишаються тільки 2 можливих однозначно декодовних кодування. Перше наведено в розв’язку, а друге – таке саме, тільки літері «А» надано код «01». Очевидно, що перший варіант економнішій.

Зауваження. Того самого результату легко дійти, якщо побудувати дерево Хафмана для заданого набору частот.

**11.** Скільки існує натуральних чисел, менших за 999, двійковий запис яких є паліндромом (тобто читається зліва направо та справа наліво однаково)?

Відповідь: 61

Розв’язання.

Розглянемо числа, у двійковому записі яких парна кількість бітів. Всі такі числа-паліндроми можна утворити в такий спосіб:

1. У першій половині бітів записуємо будь-яку послідовність з «1» і «0», що починається з «1».
2. У другій половині бітів записуємо «віддзеркалену» послідовність.

Таким чином, шуканих чисел-паліндромів бітової довжини 2*k* буде 2*k*–1 (стільки ж, скільки довільних бітових послідовностей, що починаються з 2-го біта і закінчуються посередині числа).

Наприклад, 6-розрядних двійкових чисел-паліндромів буде 22=4: 100001, 101101, 110011, 111111 (червоним виділено бітову послідовність, яка варіюється довільно).

Якщо ж кількість бітів у двійковому записі числа становить 2*k*+1, то кількість чисел-паліндромів становитиме 2*k*, оскільки всі такі числа можна утворити з чисел-паліндромів довжини 2*k*, вставивши посередині або 0, або 1. Таким чином, маємо такі кількості чисел-паліндромів бітових довжин від 1 до 10:

1 ­– 1, 2– 1, 3 – 2, 4 – 2, 5 – 4, 6 – 4, 7 – 8, 8 – 8, 9 – 16, 10 – 16. Разом маємо 62. Усі ці числа, крім числа 102310=11111111112, менші за 999.